TÉCNICO LISBOA

Cálculo Diferencial e Integral I
2º Teste (Versão A)

LEIC-TP, LETI, LEE, LEGI

5 de Janeiro de 2015

Justifique adequadamente todas as respostas.

(4,0) **I.** Calcule, se existirem em $\overline{\mathbb{R}}$, os seguintes limites:

$$\text{a) } \lim_{x\to+\infty} (\log x)^{\frac{1}{2x}}, \qquad \text{b) } \lim_{x\to 0} \frac{e^{\frac{1}{x^2}}}{x^4}, \qquad \text{c) } \lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\int_0^{2\log(x+1)} e^{\cos t}\,dt.$$

(4,5) **II.** Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

$$\text{a) } \frac{e^x}{e^{2x}+4}, \qquad \text{b) } x^4\log(x^3), \qquad \text{c) } \frac{\operatorname{sen} x\cos x}{4+\cos^2 x}.$$

(3,0) **III.** Calcule a área da região do plano limitada pelas linhas de equações $y = x^3$ e $x = y^2$.

(3,5) **IV.** Sejam $h \in C^1(\mathbb{R})$ e $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$\varphi(x) = \int_{\log(x+1)}^{\operatorname{sen} x} h(t)\,dt.$$

Mostre que $\varphi''(0) = h(0)$.

(3,0) **V.** Estude quanto à natureza (convergência simples, absoluta e divergência) as séries seguintes:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+2}, \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{3^n+n^5}{n!}.$$

(2,0) **VI.** Mostre que a função definida em $\mathbb{R}$ por

$$g(x) = \int_{x^2}^{x^4} e^{-t^2}\,dt$$

é uma função limitada.