Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste (Versão A) 6 de Janeiro de 2014

LEE, LEGI, LEIC-TP, LETI

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

(4,0) **I.** Calcule, se existirem em $\overline{\mathbb{R}}$, os seguintes limites:

$$\text{a) } \lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(\operatorname{arctg} x)}{2x}, \qquad \text{b) } \lim_{x\to 0} \frac{\cos(\operatorname{arcsen} x)}{x^2}, \qquad \text{c) } \lim_{x\to 1} \frac{\int_1^x (x-1)\, e^{t^3}\, dt}{(x-1)^2}\,.$$

(3,5) **II.** Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

$$\text{a) } \frac{1}{(x+5)^3}, \qquad \text{b) } \frac{4e^x}{e^{2x}+9}, \qquad \text{c) } \log^2(2x)\,.$$

(3,0) **III.** Calcule a área da região plana delimitada pelos gráficos das funções

$$f_1(x) = |x| \qquad \text{e} \qquad f_2(x) = -x^2 + 6\ .$$

(3,0) **IV.** Dada f uma função definida e diferenciável em $\mathbb{R}$, considere a função g tal que

$$g(x) = \int_3^{x^2+2x} f(t)\, dt\ , \qquad x \in \mathbb{R}$$

Calcule, justificando, g' e g''.

(4,5) **V.** Estude quanto à natureza (convergência simples, absoluta e divergência) as séries seguintes:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n^4+2n+5}\,, \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}+3}\,, \qquad \text{c) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{5^n}{n!+1}\,.$$

(2,0) **VI.** Seja f uma função definida e contínua em $\mathbb{R}$ e considere a função

$$\varphi(x) = \int_0^x e^{2(x-t)} \left[1 + (f(t))^2\right] dt\,, \qquad x \in \mathbb{R}$$

Prove que se tem

$$\lim_{x\to+\infty} \varphi(x) = +\infty.$$