

Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste (Versão B) 6 de Janeiro de 2020

LEIC-T, LEGI, LETI, LEE

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

(4,0) **I.** Calcule

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\log(1 + \sin^2 x)},$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{x^2} e^{t^2} dt}{\int_0^x t^2 e^{t^2} dt}.$

(5,0) **II.** Calcule

a) $\int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2} \arcsen x} dx.$

b) $\int_0^1 e^x \log(1 + e^{-2x}) dx.$

(3,0) **III.** Calcule a área da região limitada pelas linhas de equação $y = e \log x$ e $y = x \log x$.

(5,0) **IV.** 1. Decida se as seguintes séries são convergentes ou divergentes e se possível calcule a soma de uma delas.

a) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n + e^n}{4^{n+1}}.$

b) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n\sqrt{n}}{3^n}.$

2. Determine os valores de x para os quais a série

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n (x+1)^n}{3e^n + 1}$$

é absolutamente convergente, simplesmente convergente e divergente.

(3,0) **V.** Seja

$$f(x) = \int_{x-\frac{1}{x}}^x t e^{-1/t} dt.$$

a) Mostre que f está definida para $x \in]1, +\infty[$.

b) Mostre que o limite $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ existe e é um número real no intervalo $]0, \frac{1}{2e}[$.

c) Mostre que f é uma função limitada.