

## Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste (Versão B) 7 de Janeiro de 2019

**LEIC-T, LEGI, LETI, LEE**

---

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

---

(4,0) **I.** Calcule

a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{1/x^2}}{\log x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_1^{\cos^2 x} e^{-t^2} dt$

(5,0) **II.** Calcule

a)  $\int_1^2 \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx.$

b)  $\int_1^2 \frac{2-x}{x^3+x} dx.$

(3,0) **III.** Calcule a área da região

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [1, 3], y \geq -\log x, y \leq x - 1, y \leq 3 - x\}.$$

(5,0) **IV.** 1. Decida se as seguintes séries são convergentes ou divergentes e se possível calcule a soma de uma delas.

a)  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n + 3}{3^n}.$

b)  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n + 1}{(3n)!}.$

2. Determine os valores de  $x$  para os quais a série

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2 + e^n}$$

é absolutamente convergente, simplesmente convergente e divergente.

(3,0) **V.** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função de classe  $C^1(\mathbb{R})$  e considere a função definida por

$$\phi(x) = \int_{x+1}^{\cos x} f(t) dt.$$

a) Calcule  $\phi'(x)$  e  $\phi''(x)$ .

b) Use a fórmula de Taylor de  $\phi$  relativa ao ponto  $x = 0$  para mostrar que, se  $f(1) = 0$  e  $f'(1) < 0$ , então  $\phi$  possui um mínimo relativo em 0.