

Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste (Versão B) 08 de Janeiro de 2018

LEIC-T, LEGI, LETI, LEE

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

(3,0) **I.** Calcule os limites

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x}{e^{-x}},$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^{x^2} e^{1/t} dt}{\log x}.$

(4,0) **II.** Calcule

a) $\int_{-1}^0 \frac{x}{1+x^4} dx,$

b) $\int_0^4 \cos \sqrt{x} dx,$

(3,5) **III.** Calcule a área da região do plano limitada por linhas de equação

$$x = -\frac{\pi}{4}, \quad x = \frac{\pi}{2}, \quad y = \operatorname{sen} x, \quad y = -x.$$

(4,0) **IV.** 1. Decida quais das seguintes séries são convergentes e quais são divergentes

a) $\sum_{n=1}^{+\infty} n \operatorname{sen} \frac{1}{n},$

b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n (-1)^n}{4^{n+1}}.$

(2,5) 2. Mostre que a série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (\log(n + 1/n) - \log n)$$

é convergente.

[*Sugestão:* Use o teorema de Lagrange ou a regra de Barrow para estimar

$$\log(n + 1/n) - \log n$$

para $n \in \mathbb{N}_1.$]

(3,0) **V.** Seja $h : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua tal que $\lim_{t \rightarrow +\infty} h(t) = 1.$

1. Mostre que $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_x^{2x} h(t) dt = +\infty.$

2. Calcule

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_x^{2x} h(t) dt}{x}.$$