

Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste (Versão B) 9 de Janeiro de 2017

LEIC-T, LEGI, LETI, LEE

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

(3,0) **I.** Calcule, se existirem em $\overline{\mathbb{R}}$, os seguintes limites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \operatorname{sen} x}{\cos x}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0^-} (1+x)^{1/x^2}.$$

(4,0) **II.** 1. Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

$$\text{a) } \frac{x}{3+x^2}, \quad \text{b) } \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}.$$

2. Determine a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$\begin{cases} f'(x) = (x-1) \operatorname{arctg} x, \\ f(1) = 0. \end{cases}$$

(3,0) **III.** Calcule a área da região plana definida pelas condições

$$0 \leq x \leq \log 2 \quad \text{e} \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{4 - e^x}.$$

(4,0) **IV.** Considere a função definida por

$$g(x) = \int_x^{x^2} \frac{\sqrt{t}}{\cos t} dt.$$

a) Mostre que g está definida se $x \in]0, \sqrt{\frac{\pi}{2}}[$.

b) Calcule $g'(x)$.

(4,0) **V.** Estude quanto à natureza (convergência simples, absoluta e divergência) as séries seguintes e calcule a soma de uma delas:

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sqrt{n(n+3)}}{n^3 + 3n - 1}, \quad \text{b) } \sum_{n=0}^{+\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^{n+1}, \quad \text{c) } \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{3n+2}.$$

(2,0) **VI.** Seja $h : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua, não negativa e tal que

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} h(t)e^t = 0.$$

Mostre que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^x h(t) dt$ existe em \mathbb{R} .